

## Questions de cours

1) Clebsch-Gordan  $\Rightarrow$  nombres qui apparaissent dans l'étude des couplages de  $m^s$  angulaires en  $\mathbb{R}^3$

2) raie  $21\text{cm}$   $\Rightarrow$  état  $1s$  de  $H$   $\Rightarrow$  terme  $A \vec{I} \cdot \vec{S}$   
 $= A (\vec{F}^2 - \vec{I}^2 - \vec{S}^2)$   
 $\Rightarrow |F m_F\rangle$  avec  $S=I=2/2 \Rightarrow F=0, 1$

écart énergétique entre  $F=1$  et  $F=0$ :  $A \hbar^2 = 5,9 \times 10 \text{ eV}$   $m_F=0$   $m_F=0 \pm 1$   
 $= 9,452 \times 10^{-25} \text{ J}$

application  $\Rightarrow$  cartographie  $H$  de l'espace  $\rightarrow \omega = \frac{\hbar \omega^2}{\hbar} = 1428 \text{ MHz}$

3) Ecrantage: affaiblissement local de  $E$  exercé vers l'extérieur par une entité chargée (noyau atomique...) dû à la présence d'électrons de cette entité.

## ⑧ Facteur de Landé

1)  $\vec{J}$   $m^s$  cinétique totale  $\Rightarrow$  TTC  $\frac{d\vec{J}}{dt} = \sum \vec{\tau} = \vec{0}$

2)  $\langle \vec{S} \rangle = \alpha \vec{J}$  dirigé selon  $\vec{J}$   $\vec{J} = \text{cte} = \vec{J}$   $\perp$

$$\vec{J} \cdot \langle \vec{S} \rangle = \alpha \vec{J}^2 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\vec{J} \cdot \langle \vec{S} \rangle}{\vec{J}^2} = \frac{\vec{J} \cdot \vec{S}}{\vec{J}^2}$$

$$\text{soit } \langle \vec{S} \rangle = \frac{\vec{J} \cdot \vec{S}}{\vec{J}^2} \vec{J} \perp$$

3) Composante selon  $O_3$   $\langle S_3 \rangle = \frac{\vec{J} \cdot \vec{S}}{\vec{J}^2} J_3 \perp$

Il faut exprimer  $\vec{J} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2)$   $\perp$   $\hbar^2 j(j+1)$   $\perp$   $\hbar^2 l(l+1)$   $\perp$   $\hbar^2 s(s+1)$   $\perp$

$$\text{Soit } \langle S_3 \rangle = \frac{1}{2} \hbar m_j \left( \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{j(j+1)} \right) = \langle m_j m_s | S_3 | m_j m_s \rangle$$

On en déduit dans le facteur de Landé tel que  $= \hbar m_j (g-1)$

$$g = 1 + \frac{1}{2} \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{j(j+1)} \perp$$

## Effet Zeeman orbital

1) On notera les états propres de l'atome d'hydrogène  $|nlm\rangle$  avec  $\langle \mathbf{r}|nlm\rangle = \psi_{nlm}(\mathbf{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$ ,  $Y_{lm}$  harmonique sphérique telle que  $\hat{L}^2 Y_{lm} = \hbar^2 l(l+1)Y_{lm}$  et  $\hat{L}_z Y_{lm} = m\hbar Y_{lm}$ .

L'hamiltonien de perturbation s'écrit :  $\hat{H}_{mag} = q\hat{L}_z B / (2m_e)$  avec l'opérateur  $\hat{L}_z$  qui agit sur les états propres  $|nlm\rangle$  de l'atome d'hydrogène selon :  $\hat{L}_z |nlm\rangle = m\hbar |nlm\rangle$ . L'état fondamental  $|100\rangle$  est non-dégénéré et on applique donc la théorie de perturbation au premier ordre dans le cas non-dégénéré (question A3 de la PC4 et cours page 195) :  $\Delta E = \langle 100 | H_{mag} | 100 \rangle$  qui est nul puisque  $m=0$  pour le fondamental. Au premier ordre, il n'y a pas de déplacement.

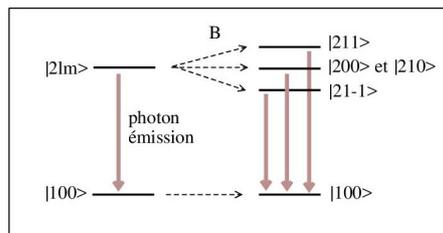
2) Le niveau ( $n=2$ ) est dégénéré 4-fois puisque l'état  $|200\rangle$  (état 2s avec  $n=2, l=m=0$ ) et les états  $|21m\rangle$  (état 2p avec  $n=2, l=1, m=-1,0,1$ ) sont à la même énergie  $E_2 = -E_I/n^2$  avec  $n=2$  ( $E_I = 1$  rydberg = 13.6 eV). Il faut donc appliquer la théorie de perturbation d'un niveau dégénéré (question C de la PC4 et cours page 195-196), c'est-à-dire **diagonaliser la restriction de la perturbation  $H_{mag}$  au sous-espace ( $n=2$ )**.

Dans le cas présent, la diagonalisation est triviale car les états  $|nlm\rangle$  sont des états propres de  $H_{mag}$  avec  $H_{mag}|nlm\rangle = m(qB\hbar/2m_e)|nlm\rangle$ .  $H_{mag}$  est donc diagonal dans la base  $|2lm\rangle$  du niveau ( $n=2$ ). Les états avec ( $m=0$ ) ne sont pas déplacés (états 2s et  $2p_z$ ) alors que les états  $|21m\rangle$  avec  $m=\pm 1$  sont déplacés de  $\pm(qB\hbar/2m_e)$ . Il y a levée partielle de la dégénérescence et apparition de 3 niveaux d'énergie dont la séparation ( $qB\hbar/2m_e$ ) croît avec le champ.

3) Résultats inchangés car l'atome d'hydrogène est un système à symétrie sphérique.

4) On calcule :  $qB\hbar/2m_e = 5.8 \times 10^{-6}$  eV qui est bien négligeable devant la différence d'énergie entre le niveau  $n=2$  et les niveaux voisins  $n=1$  et  $n=3$ , avec  $E_n^0 = -13.6/n^2$  eVs.

4) Comme nous l'avons vu, le niveau  $n=1$  ne bouge pas au première ordre et le niveau  $n=2$  est éclaté en trois sous niveau. La raie d'émission ( $n=2 \rightarrow n=1$ ) devient triple quand on allume le champ magnétique.



$B = \frac{p^2}{2I} \Leftrightarrow I = \frac{p^2}{2B}$	Rotateurs rigides 1)	HF	$B_1 = 4,162 \cdot 10^{-22} \text{ J}$	$\Rightarrow I_1 = 1,336 \cdot 10^{-47} \text{ kg m}^2$
		HCl	$B_2 = 2,104 \cdot 10^{-22} \text{ J}$	$\Rightarrow I_2 = 2,643 \cdot 10^{-47} \text{ kg m}^2$
		HBr	$B_3 = 1,681 \cdot 10^{-22} \text{ J}$	$\Rightarrow I_3 = 3,308 \cdot 10^{-47} \text{ kg m}^2$
Masses réduites :			$\mu_1 = \frac{m_H m_F}{m_H + m_F} = \frac{19 \times 1,661 \times 10^{-27}}{20} = 1,578 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
			$\mu_2 = \frac{m_H m_{Cl}}{m_H + m_{Cl}} = \frac{35 \times 1,661 \times 10^{-27}}{36} = 1,615 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
			$\mu_3 = \frac{m_H m_{Br}}{m_H + m_{Br}} = \frac{80 \times 1,661 \times 10^{-27}}{81} = 1,640 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	

$$2) B_i = \frac{h^2}{2\mu_i z^2} \Leftrightarrow \lambda_{i1} = \sqrt{\frac{h^2}{2\mu_i B_i}} \quad \lambda_{01} = 0,92 \text{ \AA}$$

$$\lambda_{02} = 1,28 \text{ \AA}$$

$$3) \frac{N_J}{N_0} = (2J+1) e^{-\frac{BJ(J+1)}{k_B T}}$$

$$\lambda_{03} = 1,42 \text{ \AA}$$

$$T = 1000 \text{ K}$$

$$i.e. J=4$$

$$N_4/N_0 = 9 e^{-\frac{B_i \times 20}{1,38110^{-20}}}$$

$$F \downarrow$$

$$4,985$$

$$6,636$$

$$7,055$$

$$J=5$$

$$N_5/N_0 = 11 e^{-\frac{B_i \times 30}{1,38110^{-20}}}$$

$$C \downarrow$$

$$4,454$$

$$6,965$$

$$7,635$$

$$4) \frac{\partial N_J}{\partial J} = 0 \Leftrightarrow (2J+1) = \sqrt{\frac{2k_B T}{B_i}} \Leftrightarrow J_{\text{max}} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{2k_B T}{B_i}} - 1 \right)$$

$$i.e. J_{\text{max}1} = 3,6 \approx 4$$

$$J_{\text{max}2} = 5,2 \approx 5$$

$$J_{\text{max}3} = 5,9 \approx 6$$